

Relation entre les masses des particules du modèle standard électrofaibles et G_F , la constante de Fermi¹

Jean Pestieau²
IRMP, UCL (Belgique)

14 mai 2013 (version révisée le 19 juillet 2013)

La conception de la masse des particules suivie dans cette note est très bien décrite par Frank Wilczek : « *La Mécanique newtonienne pose la masse comme une caractéristique première de la matière, incapable de plus amples éclaircissements. Maintenant, nous considérons la masse newtonienne comme une propriété émergente. [...] Newton comme Maxwell, au contraire, considéraient que les éléments de base de la matière ont été fabriqués par Dieu au moment de la création. La théorie quantique des champs contemporaine ouvre la possibilité d'une autre explication. [...] Plutôt que d'avoir à traiter à part la masse de chaque objet dans l'univers, nous pouvons nous concentrer sur les propriétés de quelques champs quantiques, dont les excitations (quanta) sont les éléments constitutifs de la matière. Ainsi par exemple, si nous comprenions les propriétés (y compris la masse) d'un électron, nous pourrions comprendre les propriétés de tous les électrons. Plus généralement : si nous comprenions les propriétés des champs associés aux éléments constitutifs de la matière, nous devrions être en mesure de déduire les propriétés — y compris de masse ! — de la matière même, et ces déductions seront valables universellement.* »³

À partir du point de vue de la matrice S (les observables sont sur leur couche de masse), je propose, utilisant les données⁴ des collaborations CMS et ATLAS ainsi que la *Review of Particle Physics 2012*⁵, un modeste développement du modèle standard électrofaible. Il s'agit d'interpréter de manière nouvelle ce qu'est la valeur moyenne dans le vide de la particule scalaire de Brout-Englert-Higgs en partant de la relation phénoménologique suivante

$$m^2(W) + m^2(Z) + m^2(H) + m^2(t) + m^2(b) + m^2(c) + m^2(\text{tau}) + \dots = v^2 \quad (1)$$

où v^2 est le carré de la valeur moyenne dans le vide du champ scalaire⁶ de Brout-Englert-Higgs H, exprimée en terme de la constante de Fermi G.

$$v^2 = 1/[\sqrt{2}G] = (246.22 \text{ GeV})^2 \quad (2)$$

¹ G. Lopez Castro and J. Pestieau, *Relation between masses of particles and the Fermi constant in the electroweak Standard Model*, <http://arxiv.org/abs/1305.4208>.

² Attaché à l'INEM, 68, rue de la Caserne, 1000 Bruxelles.

³ Frank Wilczek, *Origin of Mass*, <http://arxiv.org/pdf/1206.7114v2.pdf>, « *Newtonian mechanics posited mass as a primary quality of matter, incapable of further elucidation. We now see Newtonian mass as an emergent property. [...] Both Newton and Maxwell [inferred that the basic building blocks of matter were manufactured by God at the time of creation. Modern quantum field theory opens the possibility of an alternative explanation. [...] Rather than having to address the mass of each object in the universe separately, we can focus on the properties of a few quantum fields, whose excitations (quanta) are the building blocks of matter. Thus for instance if we understand the properties (including mass) of one electron we understand the properties of all electrons. More generally : If we understand the properties of the fields associated with the building blocks of matter, we should be able to deduce the properties — including mass ! — of matter itself, and those deductions will be valid universally.* »

⁴ ATLAS and CMS Collaborations, « Birth of a Higgs Boson », cerncourier.com/cws/article/cern/53086, 26 avril 2013 ; ATLAS Collaboration, *Phys.Lett. B* (2012); CMS Collaboration, *Phys.Lett. B*(2012),[1207, 7235].

⁵ J. Beringer et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 86, 010001, 2012R, <http://pdg.lbl.gov>.

⁶ F. Englert and R. Brout, *Phys.Rev.Lett.* **13**, 32, 1964 ; P.W. Higgs, *Phys.Lett.* **12**, 132, 1964); *Phys.Rev.Lett.* **13**, 508, 1964.

L'équation (1) est très bien satisfaite avec ⁷

$$m(H) = 125.7 \pm 0.4 \text{ GeV}^8$$
$$m(t) = 173.52 \pm 0.88 \text{ GeV}$$

Dans le membre de gauche de l'équation (1), les bosons W, Z et H contribuent environ pour moitié et les fermions — avant tout le quark top — également pour moitié.

L'inverse de la constante G (introduite par Fermi en 1933⁹) est donc proportionnel à la somme des carrés des masses de toutes les particules « fondamentales »¹⁰ : W, Z, H, leptons et quarks.

Les couplages des différentes particules « fondamentales », i , à H sont proportionnels à $m^2(i)/v^2$ ou à $m(i)/v$, et la somme des $m^2(i)/v^2$ est égale à 1. Cette règle de somme porte un autre regard sur v (introduit par Weinberg en 1967¹¹) ou sur G. Le minimum du potentiel de H, v , est ainsi décrit par l'équation (1). Précisons que G était une constante phénoménologique ad hoc de 1933 à 1967. En 1967, elle est devenue un paramètre dimensionnel fondamental de la physique électrofaible.

À noter

1. que le potentiel $V(\phi)$ du lagrangien de H (avant brisure) s'exprime par

$$V(\phi) = \lambda (\phi^* \phi - v^2/2)^2 \quad (3)$$

avec $m^2(H)/v^2 = \lambda/2$

et v^2 donné par l'équation (1)

2. les relations¹² entre les bosons du modèle standard (voir annexe)

$$m(Z) = e.m(H) / (\sin \theta . \cos \theta) \quad (4)$$

$$\cos \theta = m(W)/m(Z)$$

avec

$$\alpha = e^2/(4\pi) = 1/137.0359991$$

⁷ The Gfitter Group, <http://arxiv.org/pdf/1209.2716v2.pdf>, 25 septembre 2012.

⁸ Il est intéressant de se rappeler que début janvier 2012, J. Erler avait évalué, à partir des peu de données existant alors, que $m(h) = 124.5 \pm 0.8 \text{ GeV}$, <http://arxiv.org/abs/1201.0695>

⁹ <http://microboone-docdb.fnal.gov/cgi-bin/RetrieveFile?docid=953;filename=FermiBetaDecay1934.pdf;version=1>.

¹⁰ Il s'agit ici des masses des seules particules fondamentales. Comme l'écrit très bien Matt Strassler : « *Le champ du Higgs, n'est pas le donneur universel de masse aux choses dans l'univers : ni à la matière atomique ordinaire, ni à la matière sombre, ni aux trous noirs. À la plupart des particules fondamentales connues, oui — et c'est crucial pour assurer l'existence même des atomes* ».[« *The Higgs field is not the universal giver of mass to things in the universe: not to ordinary atomic matter, not to dark matter, not to black holes. To most known fundamental particles, yes — and it is crucial in ensuring that atoms exist at all* »], <http://profmattstrassler.com/2012/10/15/why-the-higgs-and-gravity-are-unrelated/>.

¹¹ S. Weinberg, *Phys.Rev.Lett.*, **19**, 1264 (1967).

¹² Voir les équations (11) et (21) qui relient les masses du W, Z et H dans <http://www.d-meeus.be/physique/bosonGSWmodel.pdf>.

On obtient de l'équation (4)

$$m(H) = 125.4 \text{ GeV}$$

Conclusions

1. Le carré de valeur moyenne dans le vide du boson scalaire, v^2 , serait égal à la somme des carrés de la valeur minimum des énergies des particules fondamentales, à savoir leurs masses, en se rappelant que le vide est défini comme l'état d'énergie la plus basse des champs impliqués dans le modèle standard des interactions électrofaibles.
2. Il est bon de faire un parallèle avec la relativité générale. La relativité générale est fondée sur des bases radicalement différentes de celles de la gravitation de Newton. Elle affirme que la gravitation n'est pas la manifestation d'un champ de force, mais la manifestation de la courbure de l'espace-temps, courbure elle-même produite par la distribution de l'énergie/masse. Alors que le modèle électrofaible de Glashow de 1961¹³ introduit les masses des particules « fondamentales » à la main comme dans la mécanique de Newton, le modèle électrofaible de Weinberg en 1967 fait surgir les masses des particules « fondamentales » de l'interaction avec un champ scalaire, le champ de Brout-Englert-Higgs qui a une valeur moyenne dans le vide non nulle. C'est cette valeur moyenne non nulle, v , qui structure le vide électrofaible. L'équation (1) propose que v est en retour « produit » par l'ensemble des masses des particules « fondamentales », dont la masse de chacune de ces particules est plus petite que v . C'est cette relation « dialectique » entre v et les masses des particules « fondamentales » qui est, en quelque sorte, parallèle à la « dialectique » entre courbure de l'espace-temps et l'énergie/masse en relativité générale. Une fois l'équation (1) est admise, le secteur « pur » du boson de Higgs — équation (3) — n'est plus indépendant des autres secteurs (vecteurs bosons et fermions) du lagrangien électrofaible.
3. Dernière remarque. Dans sa thèse de doctorat¹⁴ (1924), Louis de Broglie a écrit : « On peut donc concevoir que par suite d'une grande loi de la Nature, à chaque morceau d'énergie de masse propre m soit lié un phénomène périodique de fréquence ν telle que l'on ait $h \cdot \nu = mc^2$.» Un article¹⁵ paru dans *Science* le 1^{er} février 2013 montre concrètement comment relier expérimentalement la masse au temps (fréquence). La masse de chaque particule « fondamentale » a son propre tic-tac qui la relie à l'espace-temps. L'équation (1) indiquerait que le vide électrofaible de BHE rassemblerait tous ces tic-tac fondamentaux .

Annexe

¹³ S.L. Glashow, *Nucl.Phys.*, **22**, 579 (1961); A.Salam and J.C.Ward, *Phys. Lett.* **13**, 168 (1964) ; avec l'amélioration apportée par J. Pestieau et P. Roy, *Phys.Rev.Lett.*, **23**, 349, 1969, <http://www.d-meeus.be/physique/lepton-sym.pdf> ; voir également : <http://www.d-meeus.be/physique/Pestieau-Roy.pdf>.

¹⁴ Louis de Broglie, *Recherches sur la théorie des Quanta*. Thèse de doctorat (25 novembre 1924), Université de Paris, <http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/ar...l-00006807.pdf>. Voir également : Frank Wilczek, <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0502113.pdf> ; *The Lightness of Being*, Penguin Books, 2010, chap. 11, *Music of the Grid : A Poem in Two Equations*

¹⁵ Albert Shau-Yu Lan, Pei-Chen Kuan, Brian Estey, Damon English, Justin M. Brown, Michael A. Hohensee, and Holger Müller, « A Clock Directly Linking Time to a Particle's Mass », *Science*, **339** n° 6119, 554, 2013.

m(W), m(Z), m(H), G_F and α

23 May 2013

Using the measured masses of W and Z bosons and the empirical relation¹⁶

$$m(Z) = [e/(\sin\theta \cos\theta)] m(H) \quad (A1)$$

where m(H) is the scalar boson mass,

with

$$\cos\theta = m(W)/m(Z) \quad (A2)$$

and

$$\alpha = e^2/4\pi = 1/137.0359991 \quad (A3)$$

we obtain

$$m(H) = 125.4 \text{ GeV} \quad (A4)$$

In the GWS Model, Fermi's constant, G_F, is related to the scalar boson vacuum expectation value, v,

$$v^2 = 1/[2^{1/2}G_F] \quad (A5)$$

and¹⁷

$$m^2(Z) = [e/(\sin\theta \cos\theta)]^2 [1/(1 - \Delta r)].v^2/4 \quad (A6)$$

Comparison between Eqs. (A1) and (A6) implies

$$m^2(H) = [1/(1 - \Delta r)].v^2/4 \quad (A7)$$

At this point, it is interesting to consider the on-shell renormalization scheme¹⁸ developed by Fleischer and Jegerlehner where the scalar boson vacuum expectation value, v(F-J) is defined from¹⁹

$$m(Z) = [e/(\sin\theta \cos\theta)] [v(V-F)/2] \quad (A8)$$

Comparison between Eqs (A1) and (A8) implies

¹⁶ G. López Castro and J. Pestieau, *Relation between masses of particles and the Fermi constant in the electroweak Standard Model*, footnote 6, [arXiv:1305.4208](https://arxiv.org/abs/1305.4208) ou <http://www.d-meeus.be/physique/MassesFermiConstant.pdf> ; J. Pestieau, *Exploration in the Boson Sector of the GWS model*, <http://www.d-meeus.be/physique/bosonGSWmodel.pdf>, Eq.(21).

¹⁷ J. Beringer et al. [Particle Data Group], *Phys. Rev. D* 86, 010001 (2012), eq. (10.11) page 138 ; <http://pdg.lbl.gov/2012/reviews/rpp2012-rev-standard-model.pdf>, p. 7.

¹⁸ J. Fleischer and F. Jegerlehner, *Phys.Rev.* **D23**,2001 (1981)

¹⁹ See for example, Eqs (12) and (17) in J. Fleischer, *Acta Physica Polonica*, B17, 897 (1986), <http://th-www.if.uj.edu.pl/acta/vol17/pdf/v17p0897.pdf>.

$$m(H) = v(V-F)/2 \quad (A9)$$

Eq.(1) of ref. (1),

$$m^2(H) + m^2(Z) + m^2(W) + m^2(t) + m^2(b) = v^2$$

becomes

$$\begin{aligned} m^2(H) \cdot \{1 + [e/(\sin\theta \cos \theta)]^2 + [e/\sin\theta]^2\} + m^2(t) &= v^2 \\ = v^2(F-J) \cdot (1 - \Delta r) &= 4 m^2(H) (1 - \Delta r) \end{aligned} \quad (A10)$$

using Eqs.(A1), (A2), (A7) and (A9)